II. Rappels des Bases d'analyse des circuits

Electronique

Jean-Michel Sallese

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

CHAP 2. BASES D'ANALYSE DES CIRCUITS: RAPPELS

Tension et courant

Dipôles électriques

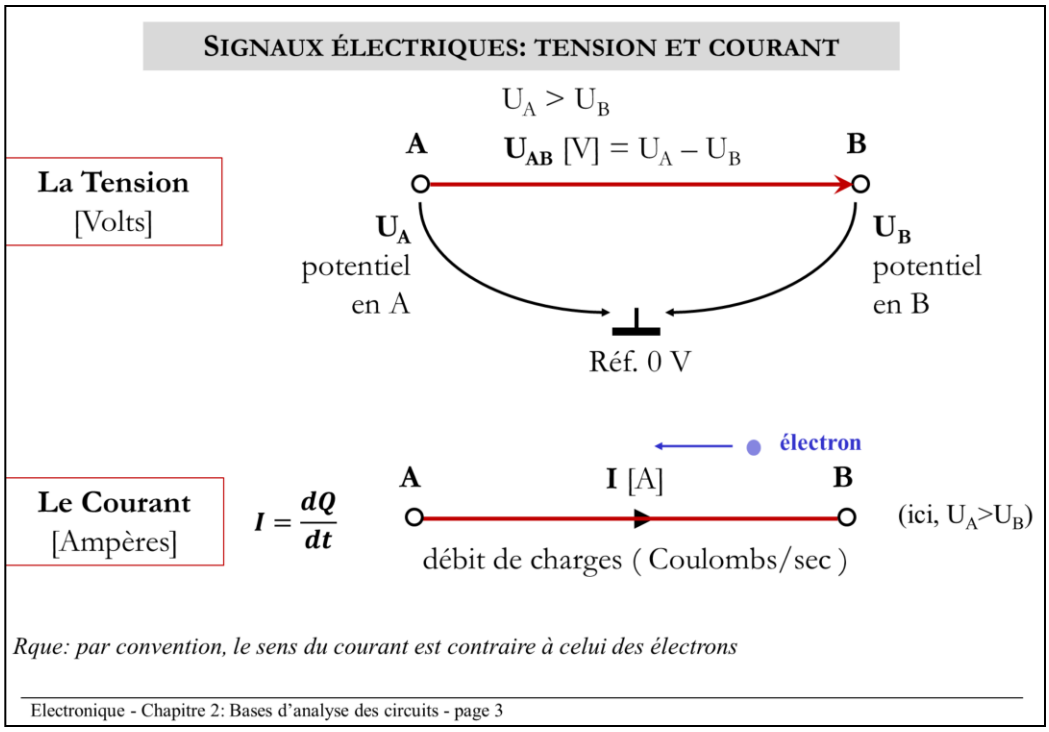
Lois de Kirchhoff

Dipôles en série / parallèle

Analyse temporelle des circuits

Théorème de superposition

Théorème de Thévenin / Norton



En électricité, en électronique, les deux grandeurs qui nous intéresseront sont **la tension et le courant**.

La tension.

Toute tension est relative. **On décide d'une référence 0 V** (c'est un choix), couramment appelée "masse" ou encore "terre" ("ground").

Le tension d'un point est donc la tension entre ce point et la référence 0 V.

Pour mieux comprendre cette liberté de choix, on peut prendre pour analogie l'énergie potentielle de gravitation. Pour connaître la vitesse d'un corps lors d'une chute libre, on introduit la notion d'énergie potentielle. Un corps de masse *m* aura une énergie potentielle *mgh*… Implicitement, on suppose h =0 au niveau du sol.

Or, la référence h=0 pourrait être un autre lieu.. et du coup son énergie potentielle serait différente ….

Oui, en effet, mais ceci n'est pas un problème car ce qui va nous intéresser pour calculer sa vitesse est la variation de son énergie potentielle $\Delta\, 1/2\, mV^2 = -\Delta mgh$

On voit bien que la référence n'est pas importante car seule la variation de l'énergie potentielle sera utile pour calculer la vitesse de la chute.

En électricité, **la tension qui s'exprime en Volt a une référence**. Mais tout comme

pour l'énergie potentielle de la gravitation, **ce ne sera que sa variation entre deux points qui sera utile pour calculer les courants** (qui serait en quelque sorte la vitesse du corps dans l'exemple précédent).

Dans notre convention, **la flèche indique que le potentiel ira du potentiel le plus haut vers le plus bas** (certains ouvrages utilisent la convention inverse).

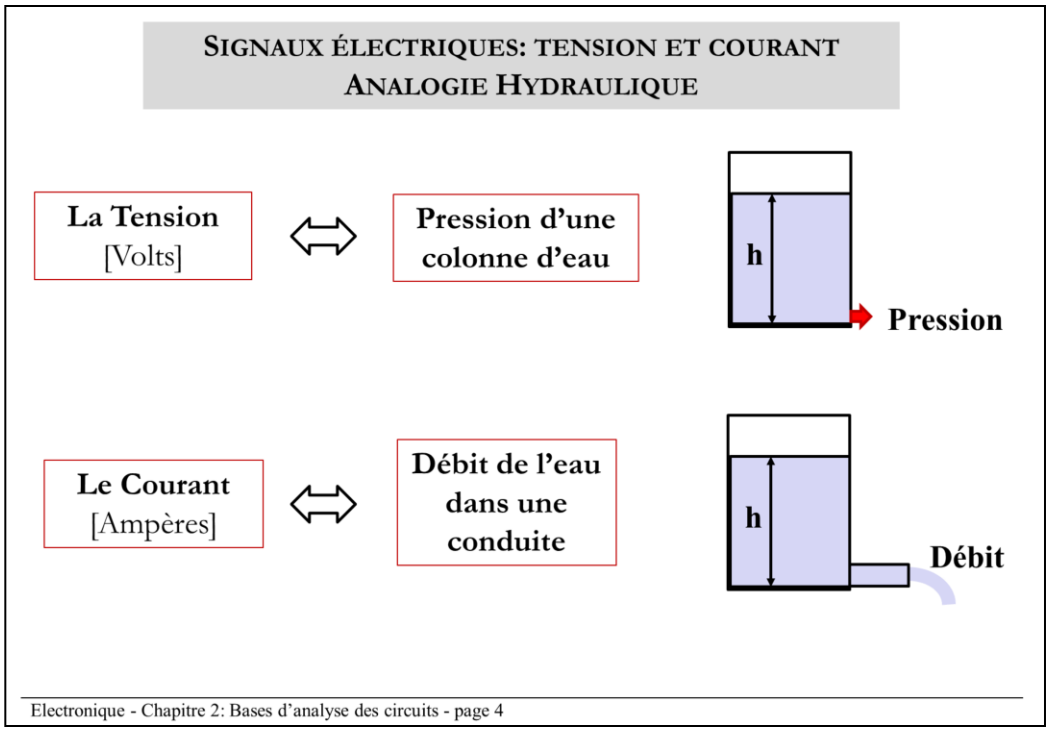
Le courant.

Le courant électrique est le débit de charge, c'est-à-dire la quantité de charge électrique qui traverse une surface donnée par unité de temps : **I = dQ/dt.**

Il s'exprime en Ampères : 1A signifie qu'il passe 1 Coulomb/seconde.

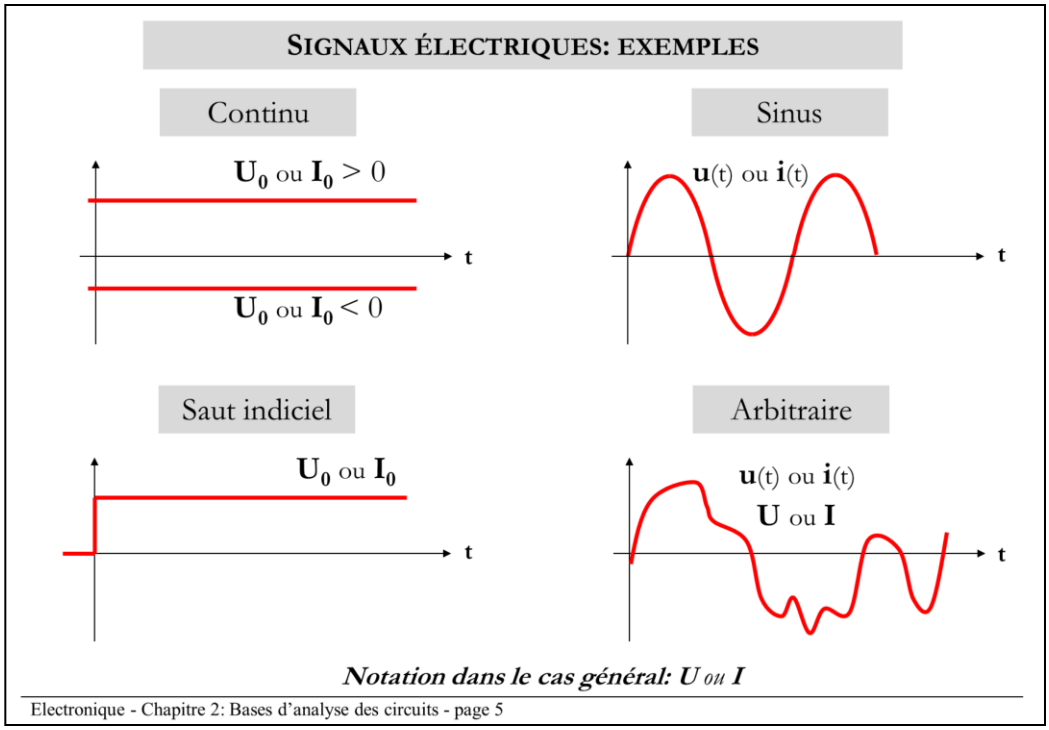
Historiquement, le mouvement des électrons est opposé au sens du courant.

Les électrons vont du potentiel le plus bas vers le plus haut.



La tension pourrait s'apparenter à une pression d'un point de vue hydraulique

Le courant serait un débit d'eau (assez réaliste car un courant est un 'débit' d'électrons)



Un signal électrique peut être une tension ou un courant. Il évolue dans le temps.

En règle générale, on utilise les conventions suivantes:

- Une **grandeur variable** dans le temps se note en minuscule, **u** ou **i**.
- Une **grandeur constante** dans le temps se note en majuscule avec l'indice '0' , $\mathbf{U_0}$ **ou** $\mathbf{I_0}$ (grandeur continue).

En général, une tension ou un courant est la somme d'une composante continue U_0 ou I_0 et d'une composante variable u ou i.

Une telle grandeur est notée par une majuscule U ou I (sans l'indice '0').

Par extension, **dans le cas général, les tensions et courants sont désignés par 'U' et 'I'.**

L'analyse des **signaux sinusoïdaux** est très utilisée car:

-Ces signaux sont à la bases de l'étude générale des circuits dits linéaires avec un signal périodique (analyse fréquentielle, voir chapitres suivants).

-Ils sont très présents en pratique (réseau électrique, mouvements rotatifs).

Le **saut indiciel** est une notion théorique qui permet l'étude des **phénomènes transitoires**.

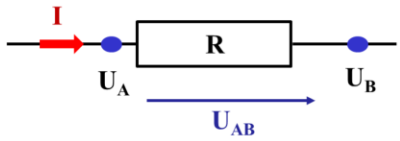
RÉSISTANCE, CONDENSATEUR, INDUCTANCE

Le lien entre la différence de tension au bornes d'un élément et le courant qui le traverse dépend du composant.
Parmi les composants dit **linéaires**, trois sont fondamentaux en électricité

La résistance , Le condensateur, L'inductance

La résistance (Ohms)

$U_{AB} = R\,I$



ici $U_A > U_B$

Dans une résistance, le courant s'écoule du potential le plus 'haut' vers le potential le plus 'bas'.

Exemple: résistance de 100 Ohms polarisée sous 2 volts : I = 20 mA
(c'est le courant typique dans une LED)

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 6

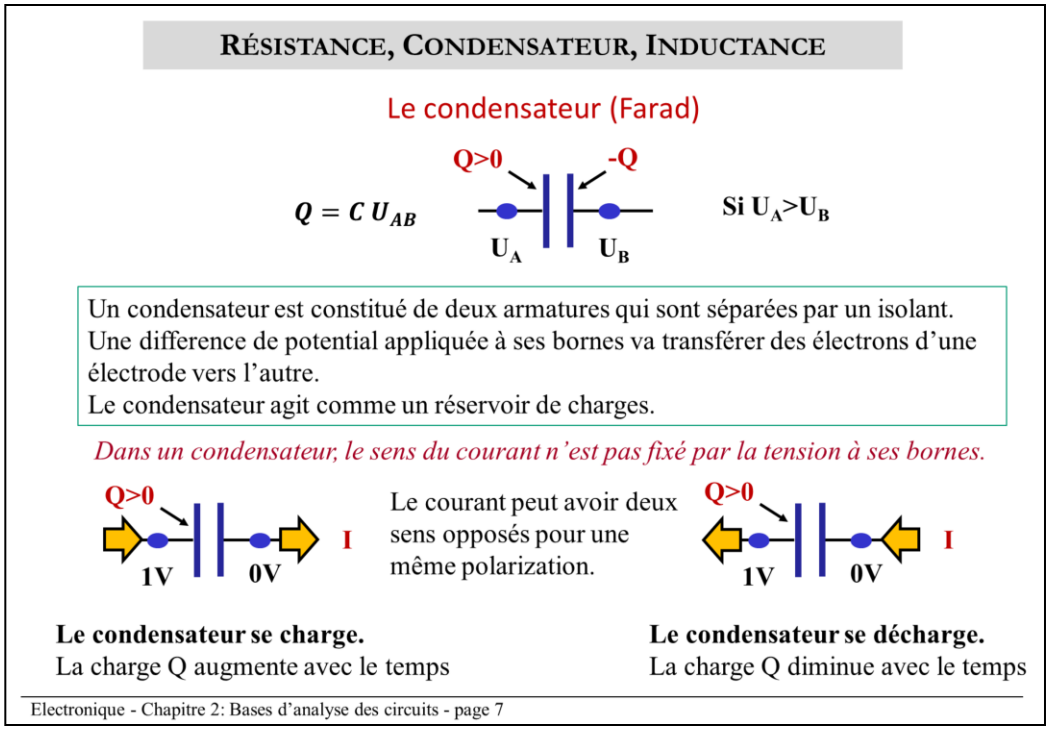
Une résistance permet de limiter le courant dans un circuit.

Dans une résistance, le courant s'écoule du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas.

Dans une résistance, la valeur algébrique de la différence de tension impose donc le sens du courant.

Il faut respecter ce 'lien' lorsqu'on analyse les circuits.

Les valeurs des résistances couvrent plusieurs ordre de grandeur: du Ohm à des centaines de méga Ohms.



Le condensateurs vont du pico farad (10^{-12} F)) à plusieurs milliers de microfarad (1000 10^{-6} F)

Il n'y a pas un sens de polarisation à respecter, sauf pour les condensateurs dit 'électrolytiques' qui sont une famille particulière de condensateurs utilisés lorsqu'une capacité élevé est nécessaire (plusieurs dizaines, milliers de micro farad).

Idéalement, le diélectrique isolant doit avoir une constante diélectrique élevée et être extrêmement mince afin de réduire les dimensions du condensateur.

Rappel: $C = \varepsilon_R \varepsilon_0 \frac{S}{d}$ où S est la surface des électrodes et d la distance qui les sépare.

Si on utilise comme diélectrique une couche ultra-mince d'oxyde de silicium SiO_2 (qui est le matériaux principalement utilisé comme isolant dans les circuits intégrés) dont la constante diélectrique relative est 3.9, alors un condensateur d'une surface de 1cm^2 avec des électrodes distante de 0.1 micromètre aura une capacité de 3 10^{-8} Farad.

Sous 1 volt, la charge déplacée d'une électrode vers l'autre vaudra 3 10^{-8} Coulomb (soit 1.9 10^{11} électrons transférés).

Si on considère un courant constant de 20 mA (exemple du transparent précédent), il faudrait 3 10^{-8} / 20 10^{-3} = 1.5 microseconde seulement pour le charger.

IMPORTANT: Le sens du courant est indépendant de la tension qui existe à aux bornes

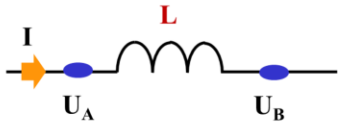
du condensateur (contrairement à la résistance).
Suivant la variation de la tension (qui croît ou décroît), le courant changera de sens.
C’est la **variation de tension** et non la tension elle-même qui **va définir le sens du courant**.

Notez que les condensateurs font appels aux propriétés du champ électrique.
Un condensateur va emmagasiner de l’énergie électrique.

RÉSISTANCE, CONDENSATEUR, INDUCTANCE

L'inductance (Henry)

$$U_{AB} = L\,\frac{dI}{dt}$$



Si I augmente, alors $U_A > U_B$

Une inductance est constituée d'un enroulement d'un fil conducteur. Dans certains cas, on ajoute un matériaux ferromagnétique au centre pour accroître la valeur de l'inductance

Une inductance ne réagit qu'à des variations de courant.

Il se crée aux bornes d'une inductance une tension proportionelle à la 'vitesse' avec laquelle change le courant.

$$U_{AB} = L\,\frac{dI}{dt}$$

La tension qui se développe tendrait à 'maintenir' le courant initial dans l'inductance.

Si L=2.5 mH (voir les notes), et si le courant diminue de 1A par milliseconde, alors la tension qui va se développer sera $U_{AB} = 0.0025\,.(-1)/\,10^{-3} = -2.5$ volts.

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 8

Les inductances sont des composants dont le fonctionnement fait appel aux propriétés du champ magnétique.
Une inductance va 'emmagasiner' de l'énergie magnétique.

Pour comprendre la propriété assez 'déroutante' de l'inductance, il faut faire intervenir la loi d'Ampère, qui relie le courant et le champ magnétique induit par ce courant, et la loi d'induction de Faraday qui relie la tension aux bornes d'une boucle conductrice à la variation de flux du magnétique à travers cette boucle.
Si $\emptyset$ est le flux du champ magnétique (à travers une surface) créé par un courant I, alors l'inductance L est donnée par:

$$L = \frac{\emptyset}{I}$$

La tension qui se développe aux bornes de l'inductance lors d'une variation de courant va 'tenter' de maintenir ce courant à sa valeur initiale.

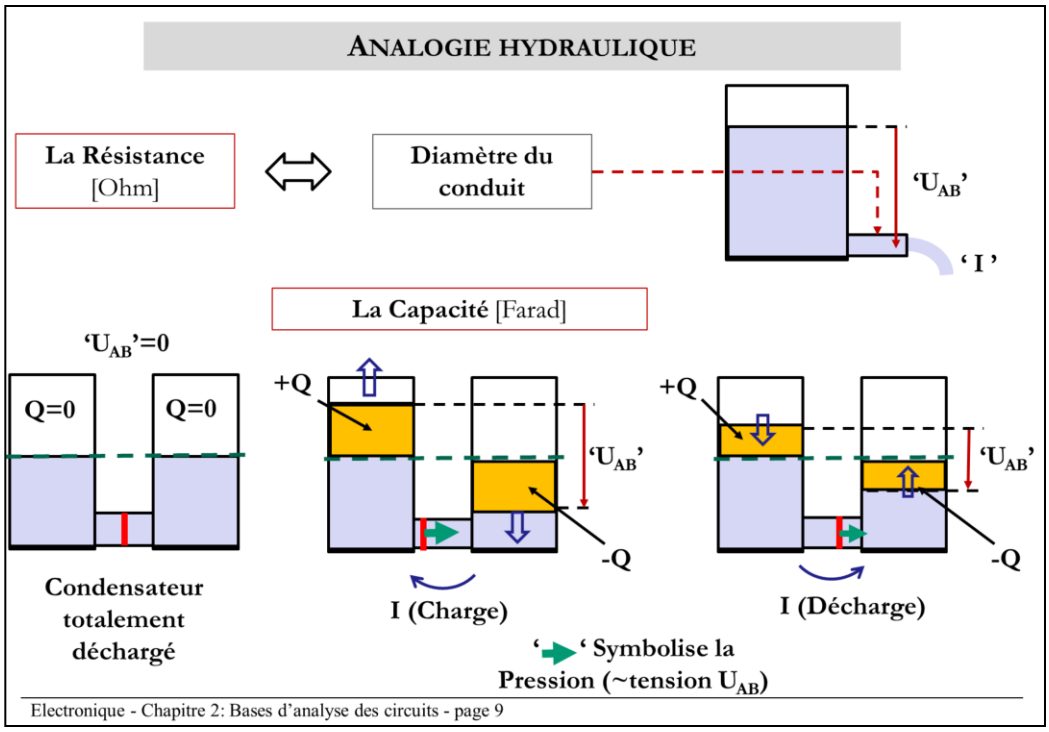
La valeur des inductances va du nano-Henry à plusieurs milli-Henry, mais bien plus pour des transformateurs !

Pour curiosité: $L = \frac{\mu_0 \mu_R N^2 S}{L}$

Où S est la section de l'inductance (m^2), L sa longueur (m), N le nombre de spires,

μ_0 et μ_R la permittivité absolue et relative (qui dépend du matériaux ferromagnétique qui est parfois introduit au centre. (μ_0=4 π $\times$ 10^{-7} H·m^{-1})

Ex: Si on considère 1000 spires enroulée sur un cylindre de 0.5cm de diamètre, soit une section de ~0.2 cm^2, et de 1cm de long, on trouve L= 2.5 mH



La résistance a pour analogie hydraulique un tube qui s'oppose à l'écoulement d'un liquide.

Le sens d'écoulement du liquide est imposé par la différence de pression aux bornes du tuyau. La pression joue ici le rôle du potentiel électrique.

La capacité a pour analogie deux réservoirs séparés par un piston étanche. Ainsi, on peut transférer le liquide d'une réservoir vers l'autre, mais il ne peut pas y avoir de débit permanent entre les deux. Le transfert ne peut être que 'transitoire'.

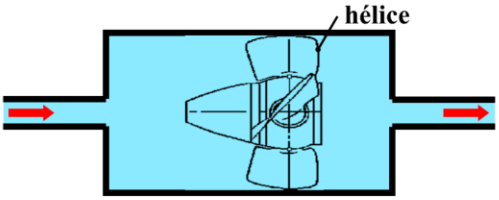
Notez que pour une pression orientée dans le même sens (ici le niveau du réservoir de gauche est toujours plus élevé que celui de droite), le liquide peut s'écouler dans un sens ou dans l'autre (suivant que l'on charge ou décharge le réservoir de gauche).

Par analogie, même si $U_{AB}>0$, le courant peut prendre des sens opposés.

On voit que contrairement à la résistance, dans un condensateur le sens du courant n'est pas forcément lié à la différence de potentiel.

ANALOGIE HYDRAULIQUE

L'Inductance
[Henry)



$$\boldsymbol{Différence\ Pression \propto Inertie\ \frac{dDébit}{dt}}$$

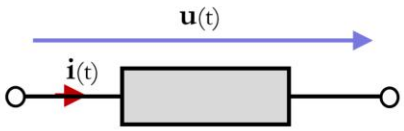
$$\boldsymbol{Débit(t)\ -\ Débit(0)\ \propto \int_0^t \frac{Diff.Pression}{Inertie}\,dt}$$

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 10

L'inductance est un élément qui s'oppose aux variation 'rapide' du courant électrique qui la traverse.

L'analogie hydraulique serait, par exemple, une roue à aubes ayant une certaine inertie. Lorsque la pression de l'eau augmente (donc la tension augmente), le débit d'eau (le courant) ne va pas varier instantanément (ce que souligne l'intégrale).

DIPÔLE ÉLECTRIQUE: DÉFINITION ET CONVENTION



Un dipôle est décrit par la relation liant le courant $\boldsymbol{i}$ [Ampères] à travers le dipôle, à la tension $\boldsymbol{u}$ [Volts] à ses bornes :

$$\boldsymbol{u(t) = F\,[i(t)]}$$

La **puissance instantanée (Watts)** est :

$$\boldsymbol{p(t) = u(t)\,i(t)}$$

La **puissance moyenne** absorbée $\boldsymbol{P}$ [Watts] durant une période $\boldsymbol{T}$ est :

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)dt$$

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 11

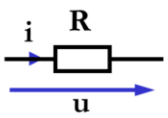
Les propriétés électriques d'un dipôle (2 contacts) sont contenues dans la relation qui relie la tension entre ses bornes au courant qui le traverse.

Par convention, la puissance est positive si elle est absorbée (consommé ou emmagasinée) et négative si elle est fournie (produite ou restituée) par le dipôle.

Lorsque l'on parle de puissance en général, il s'agit de la puissance moyenne calculée sur une période donnée.

DIPÔLES LINÉAIRES PASSIFS

La Résistance R [Ohms]



$$\begin{cases} u(t) = R\, i(t) \\ i(t) = \dfrac{u(t)}{R} \end{cases}$$

Puissance instantanée (absorbée): $p(t) = \dfrac{u(t)^2}{R}$ $\quad p(t) = R\, i(t)^2$

La puissance est toujours positive: la résistance dissipe l'énergie sous forme de chaleur.

Puissance moyenne (absorbée):

$$p = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = R\left[\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 dt\right] = \frac{1}{R}\left[\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2 dt\right]$$

Dans une résistance, la vitesse des électrons est proportionnelle à la tension (au champ électrique plus précisément). Cette proportionnalité se retrouve donc entre le courant (qui est fonction de la vitesse) et la tension. Le facteur liant les deux est la résistance électrique **R.**

La puissance associée à la résistance est alors proportionnelle au carré de la tension ou du courant.

Cette quantité sera donc toujours positive pour une résistance.

Une résistance ne peut qu'absorber la puissance électrique (qui sera dissipée sous forme de chaleur).

DIPÔLES LINÉAIRES PASSIFS

Comme pour la puissance instantanée, on aimerait retrouver une expression de la **puissance moyenne** de la forme $P = R\,I^2 = \frac{V^2}{R}$

Il suffit de définir une tension efficace et un courant efficace par:

Courant efficace $\mathbf{I_{eff}}$

$$\boxed{I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I(t)^2 dt}}$$

Tension efficace $\mathbf{U_{eff}}$

$$\boxed{U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U(t)^2 dt}}$$

$$p = R\left[\frac{1}{T}\int_0^T i(t)^2 dt\right] = \frac{1}{R}\left[\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2 dt\right]$$

Puissance moyenne: $\boxed{P = R\,I_{eff}^2 = \frac{1}{R}\,U_{eff}^2}$

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 13

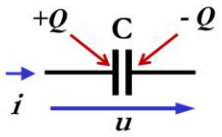
Pour calculer la **valeur efficace** d'une tension ou d'un courant, on évalue la valeur moyenne de son 'carré' sur un temps donné; puis on extrait la racine carrée' du résultat.

C'est le '**r**oot **m**ean **s**quare', ou **rms**.

Signification : il s'agit **d'une valeur continue équivalente du courant ou de la tension qui** engendrerait la même dissipation de puissance moyenne sur une période

DIPÔLES LINÉAIRES PASSIFS

Capacité C [Farads]



$$\boxed{Q(t) = C\,u(t)}$$

Valable 'à chaque instant'

$$i(t) = \frac{d}{dt}Q(t) = C\frac{d}{dt}u(t) \quad \Leftrightarrow \quad u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau$$

La tension aux bornes d'une capacité est continue (pas de saut de tension)

La capacité emmagasine l'énergie sous forme électrique lors d'une charge :

$$W(Q) = \int_0^Q u(q)\,dq = \frac{1}{2}\,C\,u(Q)^2$$

De façon équivalente, on peut écrire:

$$\boxed{W(t) = \frac{1}{2}\,C\,u(t)^2}$$

Notez qu'utiliser u(Q) ou u(t) revient au même: c'est la tension 'u' qui compte.
Q' et 't' sont des variables 'muettes':

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 14

Une capacité (condensateur) est un élément qui stocke les charges sur deux électrodes isolées l'une de l'autre (Q et –Q).

C est la "capacité" de stockage.

La tension **u** est proportionnelle à la quantité totale de charges accumulées.

On peut voir la **variation** de tension comme étant proportionnelle à l'intégrale sur le temps du courant **i** (et de même le courant comme étant proportionnel à la dérivée du potentiel. Ces résultats seront utilisés dans la suite du cours).

L'énergie stockée correspond à l'énergie potentielle des charges accumulées.

De manière équivalente, l'énergie stockée dans la capacité s'obtient à partir du courant :

$$\mathrm{W}(t) = \int_0^t i(\tau)u(\tau)d\tau = C\int_0^t \frac{du(\tau)}{d\tau}u(\tau)d\tau = \frac{1}{2}Cu(t)^2$$

Idéalement, cette énergie peut être restituée sans perte.

La charge positive +Q est créée par des électrons qui sortent de l'armature 'de gauche': c'est donc un courant *i* qui 'entre' dans cette armature comme indiqué.

Important

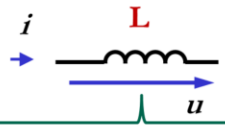
Le sens des courants et le signe des tensions ne sont plus liés dans une capacité, contrairement au cas de la résistance. La condition initiale u(t=0) joue un rôle:

$$\mathrm{u}(t) = \mathrm{u}(t = 0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau$$

Si u(0) <0, alors pendant un certain temps u(t) sera aussi négatif tandis que i(t) >0.

DIPÔLES LINÉAIRES PASSIFS

Inductance L [Henrys]



$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{i}(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(\tau)d\tau$$

Le courant à travers une inductance ne peut pas faire de "saut" (tension infinie…)

Energie dans une inductance

$$\mathrm{W}(t) = \int_0^t i(\tau)u(\tau)d\tau = L\int_0^t i(\tau)\frac{di(\tau)}{d\tau}d\tau = \frac{1}{2}L\left(i(t)^2 - i(0)^2\right)$$

Si on considère que le courant passe de $i(0) = 0$ à une valeur $i(t) = i$, l'énergie emmagasinée est

$$\boxed{W(t) = \frac{1}{2}\,L\,i(t)^2}$$

Le signe positif indique que l'inductance stocke de l'énergie. Elle se 'charge' en énergie magnétique.

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 15

Une inductance est un bobinage qui, traversé par un courant **i**, crée une induction magnétique proportionnelle au courant.

La tension **u** à ses bornes est proportionnelle à la <u>dérivée</u> du flux d'induction, donc à la <u>dérivée du courant ***i***</u>.

L est une caractéristique de l'inductance. Elle fait intervenir les propriétés des matériaux et la géométrie du système.

L'énergie est stockée dans le milieu magnétique traversé par les lignes de champ. Cette énergie peut être restituée sans perte si l'inductance n'a pas de composante résistive (cas idéal).

Notez que si le courant passe d'une valeur i(0)=i à une valeur i(t)=0, alors on aurait:

$$W(t) = \frac{-1}{2}\,L\,i(t)^2$$

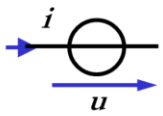
Le signe négatif indique dans ce cas que l'inductance fournit de l'énergie.

Elle se 'décharge' en énergie magnétique.

DIPÔLES LINÉAIRES ACTIFS OU SOURCES

Source de tension (idéale)

La source de tension impose une tension à ses bornes, qui ne dépend pas du courant qui la traverse (mais elle peut être fonction d'un autres paramètres, par ex. le temps).

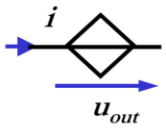


Source indépendante.
La tension ne dépend d'aucune autre grandeur du circuit.

Exemples:

$u(t) = U_0 = 12$ [V] (batterie)

$u(t) = 325 \cdot \sin(2\pi\ 50\ t)$ [V] (réseau domestique)



Source dépendante ou commandée.
La tension est fonction d'une autre grandeur du circuit, tension ou courant.

Exemple:

$u_{out}(t) = 10 \cdot u_{in}(t)$ [V] (amplificateur)

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 16

Exemples de sources de tensions:

Une batterie fournie une tension quasi constante, idéalement quelque soit le courant extrait.

Le réseau domestique délivre une tension sinusoïdale de 325 $V_{crête}$ (soit 230 volts en valeur efficace V_{eff}) à 50 Hz.

Dans leurs domaines d'applications, on peut considérer ces deux sources comme idéales, car on peut négliger la légère baisse de la tension lorsque l'on extrait un courant.

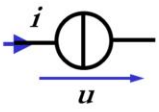
Les sources de tension commandées sont utiles pour modéliser certains amplificateurs, audio par exemple.

De même, si la tension de sortie de l'amplificateur ne dépend pas du nombre de haut-parleurs connectés (on dit de la 'charge' de sortie), cette source de tension commandée peut également être considérée à son tour comme une source de tension idéale.

DIPÔLES LINÉAIRES ACTIFS OU SOURCES

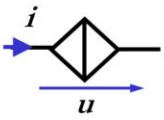
Source de courant (idéale)

La source de courant impose un courant qui idéalement ne dépend pas de la tension à ses bornes (mais il peut être fonction d'un autre paramètre, p. ex. le temps).



Source indépendante.
Le courant ne dépend d'aucune autre grandeur du circuit.

Exemple:
$i(t) = I_0 = 1$ [mA]



Source dépendante ou commandée.
Le courant est fonction d'une autre grandeur du circuit, tension ou courant.

Exemple:
$i_C = \beta \cdot i_B$ (transistor bipolaire de gain β)

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 17

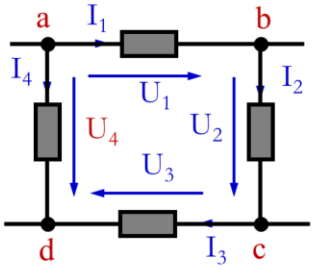
Une source de courant est un dispositifs électronique qui permet de délivrer un courant constant, quelque soit la tension à ses bornes.

Ce sont des éléments qui peuvent être relativement 'sophistiqués' dans leur réalisation.

Les transistors, qui sont les dispositifs de base de l'électronique, sont modélisés par des sources de courant commandées (voir chapitre sur les transistors MOS).

LOI DE KIRCHHOFF 1: LOI DES MAILLES

Dans une maille (boucle) la somme des chutes de tension est nulle.



$$0 = (U_a - U_b) + (U_b - U_c) + (U_c - U_d) + (U_d - U_a)$$

$$U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} + U_{da} = 0$$

$$\boxed{U_1 + U_2 + U_3 - U_4 = 0}$$

Attention aux signes (sens des flèches) !

Valable quelque soient le nombre et le type des éléments dans la maille.

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 18

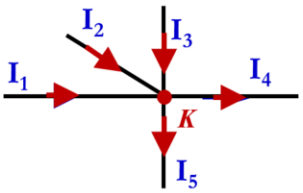
Le long d'un parcours fermé, la somme de toutes les chutes de tensions, chacune prise positivement si la flèche est dans le sens de parcours du trajet, prise négativement dans le cas contraire, est toujours nulle.

L'inversion du sens de parcours du trajet inverse tous les signes de la somme, ce qui ne change pas cette propriété.

LOI DE KIRCHHOFF 2: LOI DES NOEUDS

La somme des courants arrivant en un nœud est nulle.

Sinon il y aurait soit une accumulation, soit un manque de charges électriques au nœud K



$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Attention aux signes (sens des flèches) !

Valable quel que soit le nombre de connexions au nœud.

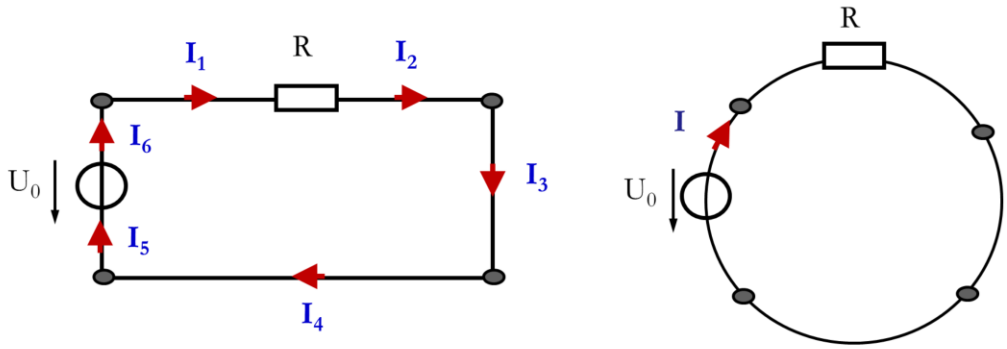
La somme de tous les courants en un nœud, chacun pris **positivement s'il est orienté vers le noeud, pris négativement sinon**, est toujours nulle.

L'inversion de tous les signes de la somme donne la même équation.

Si ce n'était pas le cas, alors une charge apparaîtrait au nœud K.

De plus, si les courants étaient constants, cette charge augmenterait linéairement avec le temps, jusqu'à atteindre des valeurs qui n'auraient aucun sens physique.

COURANT DANS UNE MAILLE ISOLÉE



$$I_1 = I_2 = I_1 = I_4 = I_5 = I_6 = I$$

Dans ce cas particulier où il n'y a pas de connexion supplémentaire aux nœuds, le courant ne change pas.

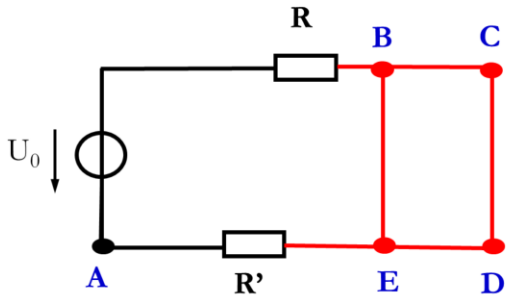
Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 20

Dans un cas simple comme celui-ci, le courant sera constant dans tout le rectangle.

En effet, cette configuration est identique à celle en boucle où il est clair que le courant est le même quelque soit le nœud considéré.

TENSION LE LONG D'UN CONDUCTEUR IDÉAL

Le long d'un conducteur idéal, le potentiel est constant
(car la résistance est supposée nulle, donc $R_{conducteur}\,I=0$)



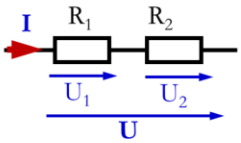
La partie en rouge est au même potentiel (indépendamment des interconnections B, C, D, E)

$U_B=U_C=U_D=U_E$

$U_{BA}=U_{CA}=U_{DA}=U_{EA}$

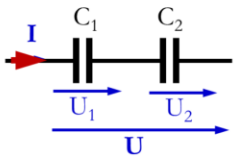
DIPÔLES PASSIFS EN SÉRIE

Des dipôles sont 'en série' lorsqu'ils sont traversés par le même courant.



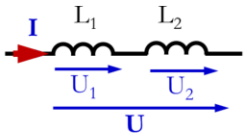
$$U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I = R_{eq} I$$

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$



$$U = U_1 + U_2 = \frac{1}{C_1}\int I\,dt + \frac{1}{C_2}\int I\,dt = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int I\,dt = \frac{1}{C_{eq}}\int I\,dt$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \Leftrightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}}$$



$$U = U_1 + U_2 = L_1\frac{dI}{dt} + L_2\frac{dI}{dt} = (L_1 + L_2)\frac{dI}{dt} = L_{eq}\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{L_{eq} = L_1 + L_2}$$

Relations généralisables à N éléments.

Plusieurs dipôles de même type en série peuvent se réduire à un seul élément.

Des résistances en série s'additionnent.

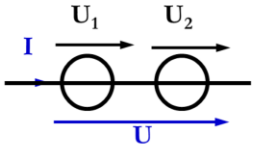
Des capacités en série s'additionnent 'en inverse'.

Des inductances en série s'additionnent.

(l'ordre des connexions est donc sans importance)

DIPÔLES SOURCES EN SÉRIE

Associations de sources de tension en séries

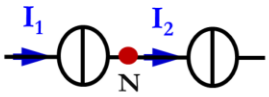


$$U = U_1 + U_2$$

Source équivalente: $U_{EQ} = U_1 + U_2$

Relations extensibles à N éléments.

Associations de sources de courant en séries: Non !



Incompatible avec un régime 'stationnaire'

sauf cas particulier où $I_1 = I_2 = I_{eq}$

(en effet, au nœud N, la charge électrique varierait avec le temps)

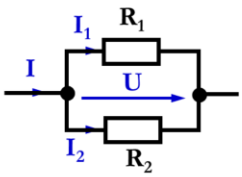
Plusieurs sources de tension mises en série s'additionnent.

Les sources de courant ne doivent jamais se trouver en série car chacune essaiera d'imposer son courant aux autres (à moins qu'elles soient toutes strictement identiques, ce qui n'est jamais vrai).

Dans la pratique, si on branche plusieurs sources de courant en série, l'une imposera son courant, mais les autres pourraient être endommagées.

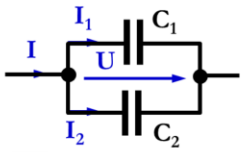
DIPÔLES PASSIFS EN PARALLÈLE

Dipôles 'en parallèle': une même tension est appliquée aux bornes des dipôles.



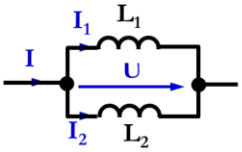
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)U = \frac{1}{R_{eq}}U$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$



$$I = I_1 + I_2 = C_1\frac{dU}{dt} + C_2\frac{dU}{dt} = (C_1 + C_2)\frac{dU}{dt} = C_{eq}\frac{dU}{dt}$$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$



$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{L_1}\int U\,dt + \frac{1}{L_2}\int U\,dt = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int U\,dt = \frac{1}{L_{eq}}\int U\,dt$$

$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$$

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 24

Plusieurs dipôles de même type connectés en parallèle peuvent se réduire à un seul.

Des résistances en parallèle 'se somment' en inverse.

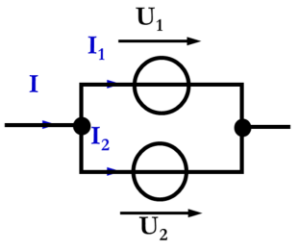
Des capacités en parallèle s'additionnent.

Des inductances en parallèle 'se somment' en inverse.

L'ordre de connexion des éléments en parallèle n'a pas d'importance.

DIPÔLES SOURCES EN PARALLÈLE

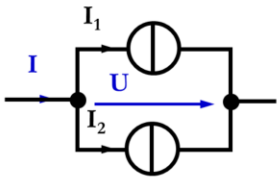
Associations de sources de tension en parallèle: Non !



n' a pas de sens…

sauf cas particulier théorique où $U_1 = U_2 = U_{eq}$

Associations de sources de courant en parallèle.



$I = I_1 + I_2$

Source équivalente: $I_{EQ} = I_1 + I_2$

Plusieurs sources de courant en parallèle s'additionnent.

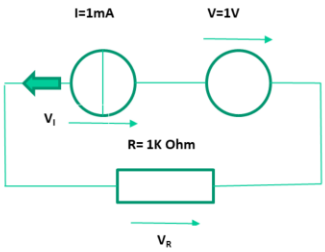
Les sources de tension ne doivent jamais être mises en parallèle: chacune essaierait d'imposer sa tension aux bornes des autres.

Ce n'est théoriquement possible que si elles sont toutes strictement égales, ce qui n'est jamais le cas à strictement parlé.

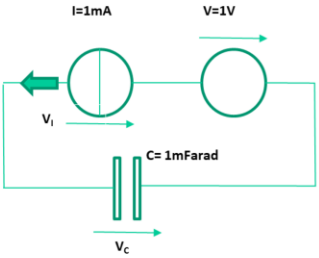
Si on branche plusieurs sources de tension en parallèle elles pourraient être endommagées.

Exemples

Tension aux bornes de la source de courant ?



Tension aux bornes de la source de courant en fonction du temps ?



ANALYSE GÉNÉRALE D'UN CIRCUIT LINÉAIRE

Méthode.

1. **Définir les inconnues, courants et tensions.**
2. **Etablir les équations de toutes les mailles indépendantes.**
3. **Etablir les équations de tous les nœuds indépendants.**
4. **Poser les relations u = F(i) de tous les composants.**
5. **Résoudre le système de N équations à N inconnues.**

Dans les cas simples, on parvient à une **relation analytique** entre l'inconnue recherchée et les sources indépendantes.

Dans le cas général, on a une équation différentielle en fonction du temps qu'il faudra résoudre pour prédire l'évolution temporelle des courants et des tensions.

L'analyse temporelle consiste à déterminer l'expression des charges, des courants et des tensions aux nœuds du circuit en fonction du temps .

SIMULATION SUR ORDINATEUR

A partir du schéma électrique, un logiciel va résoudre l'ensemble des équations satisfaisant les lois de Kirchhoff avec les propriétés des composants du circuit.

Avantages

Indispensable pour prévoir le fonctionnement de circuits complexes.
et/ou non-linéaires.

Inconvénients

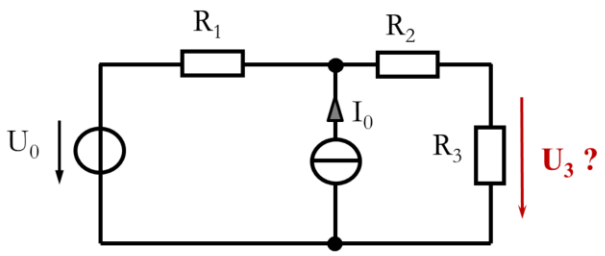
Ne met pas en évidence les relations analytiques sous-jacentes..
Tout changement dans le circuit nécessite une nouvelle simulation.
Approche par 'tâtonnement' pour optimiser un circuit…

par contre, indispensable pour une vérification finale.

Exemple de simulateur gratuit: **LTspice**
https://www.analog.com/en/resources/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html

Les simulateurs les plus connus sont basés sur Spice, par exemple PSpice de Cadence (http://www.cadence.com/product/orcad/) dont il existe une version de démonstration.

EXEMPLE 1: ANALYSE D'UN CIRCUIT



U_0 = 10 V
I_0 = 2 mA
R_1 = 2 kΩ
R_2 = 1 kΩ
R_3 = 3 kΩ

On cherche la tension U_3 aux bornes de la résistance R_3

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 30

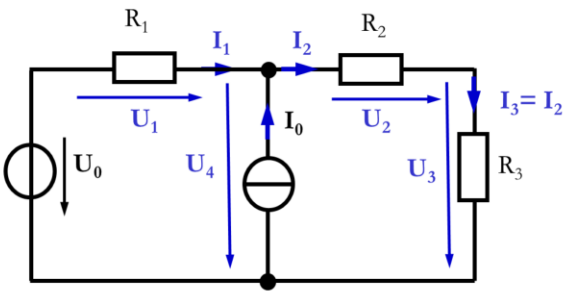
On cherche à établir une relation analytique pour la tension U:

$U = F(U_0, I_0, R_1, R_2, R_3)$

EXEMPLE 1: ANALYSE D'UN CIRCUIT

On définit les inconnues, tensions et courants

Remarque: les courants à travers les résistances sont 'orientés' comme les tensions



On introduit les composants selon leurs relations.

$$U_1 = R_1\, I_1 \qquad U_2 = R_2\, I_2 \qquad U_3 = R_3\, I_3$$

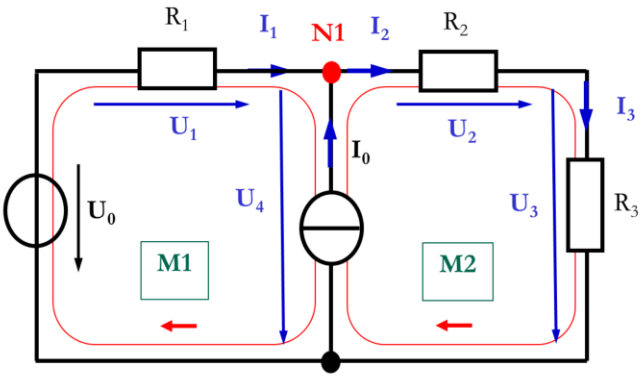
Il faut définir les inconnues, tensions et courants.

On choisi le sens des flèches qui représentent les chutes de potentiel.

Une fois ce choix effectué, **dans le cas des résistances, il faudra respecter la convention du même sens pour le courant et la tension**.

EXEMPLE 1: ANALYSE D'UN CIRCUIT

On identifie les nœuds et les mailles (indépendantes)



Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 32

On définit les mailles

Les mailles M1 et M2 donnent deux équations indépendantes.

Notons qu'on peut aussi considérer une maille qui fait le tour du circuit:

$U_1 + U_2 + U_3 - U_0 = 0$

ce qui en fait correspond à l'addition des équations M1 et M2.

On définit le nœud N1 qui donne une équation: $I_0 + I_1 - I_2 = 0$.

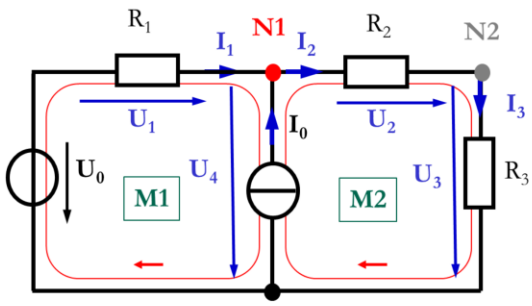
(Le noeud du bas donnerait $I_2 - I_1 - I_0 = 0$, ce qui est équivalent à l'équation au noeud N1)

EXEMPLE 1: ANALYSE D'UN CIRCUIT

7 inconnues : $[U_1, U_2, U_3, U_4]$ $[I_1, I_2, I_3]$

Propriété des composants:

$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$ $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$ $I_3 = \frac{U_3}{R_3}$



Maille M1: $U_0 - U_4 - U_1 = 0$

Maille M2: $U_2 + U_3 - U_4 = 0$

Nœud N1 $I_1 + I_0 - I_2 = 0$

Et on a aussi $I_2 = I_3$ **(évident)**

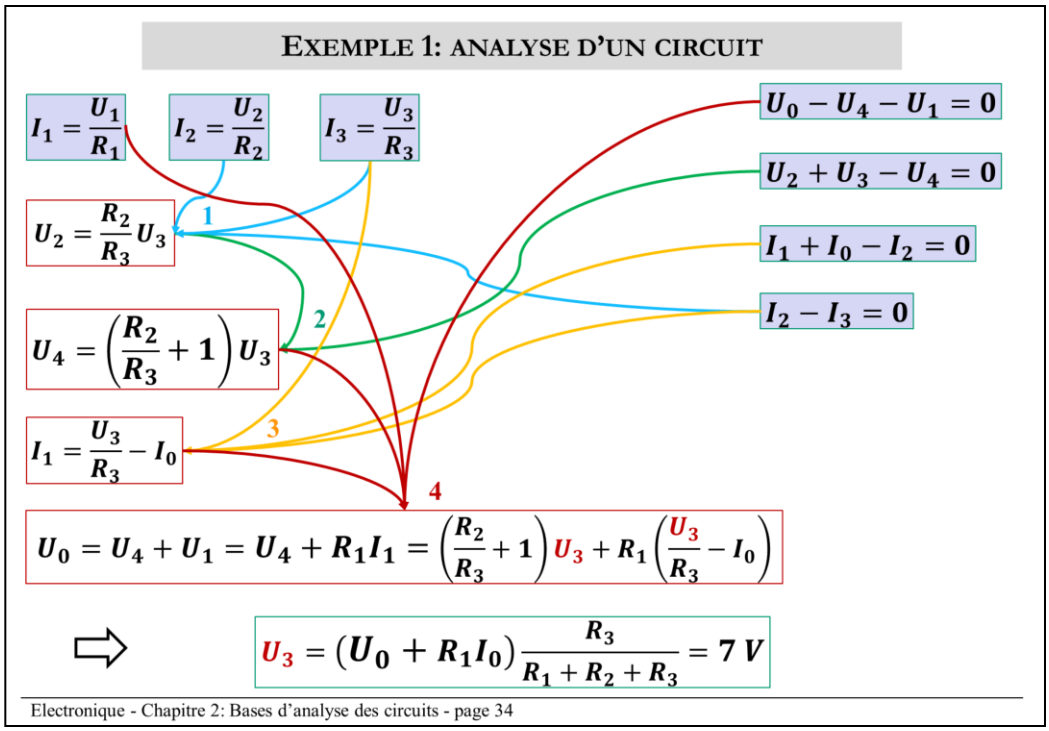
⇨ **7 equations**

Ensuite, chaque résistance génère une équation (U=RI).

Au total, on obtient 7 équations pour les 7 inconnues U_1, U_2 U_3, U_4, I_1, I_2, I_3 .

U_0 et I_0 sont les données.

On peut par exemple résoudre ce système d'équations par rapport à U_3 .

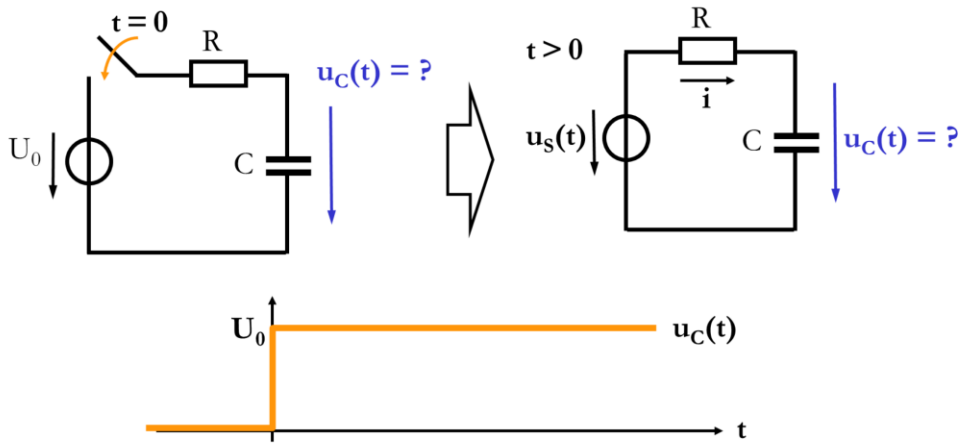


En associant les équations, on fini par trouver la solution.

On comprend que cette méthode risque de devenir fastidieuse dès que les circuits deviennent plus complexes.

Nous verrons comment on peut en simplifier l'analyse.

EXEMPLE 2: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RC PASSE-BAS



Comment varie la tension aux bornes de **C** en supposant sa charge initiale nulle ?

Il s'agit d'une **réponse Indicielle**.

La fermeture de l'interrupteur peut être modélisée par une source $u_s(t)$ dont la valeur est:

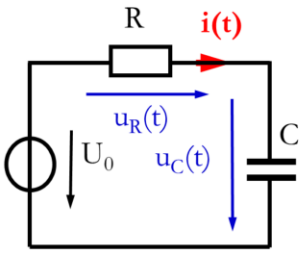
$u_S(0) = 0$ pour $t < 0$

discontinue en $t = 0$

U_0 constante pour $t > 0$.

C'est ce qu'on appelle un "saut indiciel", d'où le nom de réponse indicielle d'un circuit soumis à ce saut de tension.

EXEMPLE 2: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RC PASSE-BAS



Loi des mailles

$$U_R(t) + U_C(t) - U_0 = 0$$

Propriétés des composants

$$u_R(t) = R\, i(t) \qquad i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = U_0$$

Solution sans second membre: (homogène) $U_C(t) = A\, e^{\frac{-t}{RC}}$

Solution particulière: $U_C(t) = U_0$

Solution générale

$$\boxed{U_C(t) = U_0 + A\, e^{\frac{-t}{RC}}}$$

Le schéma représente la situation pour $t \geq 0$.

La 1ère équation décrit la maille.

Les deux autres décrivent les deux éléments passifs.

Dans notre cas, la loi des mailles amène à résoudre l'équation différentielle $RC \cdot du_C/dt + u_C = U_0$.

<u>La partie homogène</u> est $RC \cdot du_C/dt + u_C = 0$ et la solution générale $u_C = Ae^{-t/RC}$ (où A est une constante d'intégration).

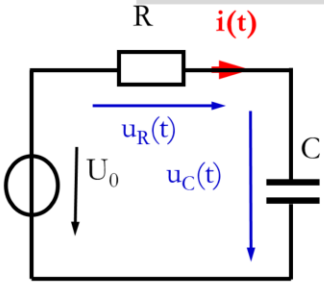
Cette solution est aussi appelée réponse transitoire, elle tend toujours vers zéro lorsque *t* tend vers l'infini.

<u>La solution particulière</u> de l'équation différentielle complète correspond à la réponse permanente.

Elle est toujours de la même forme que l'excitation, dans notre cas une constante : $u_C = U_0$, solution évidente puisque $dU_0/dt = 0$.

La solution générale = solution particulière + solution homogène.

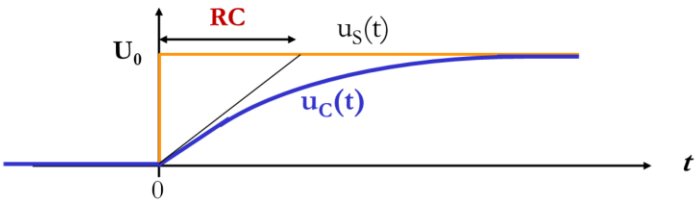
EXEMPLE 2: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RC PASSE-BAS



Condition initiale:

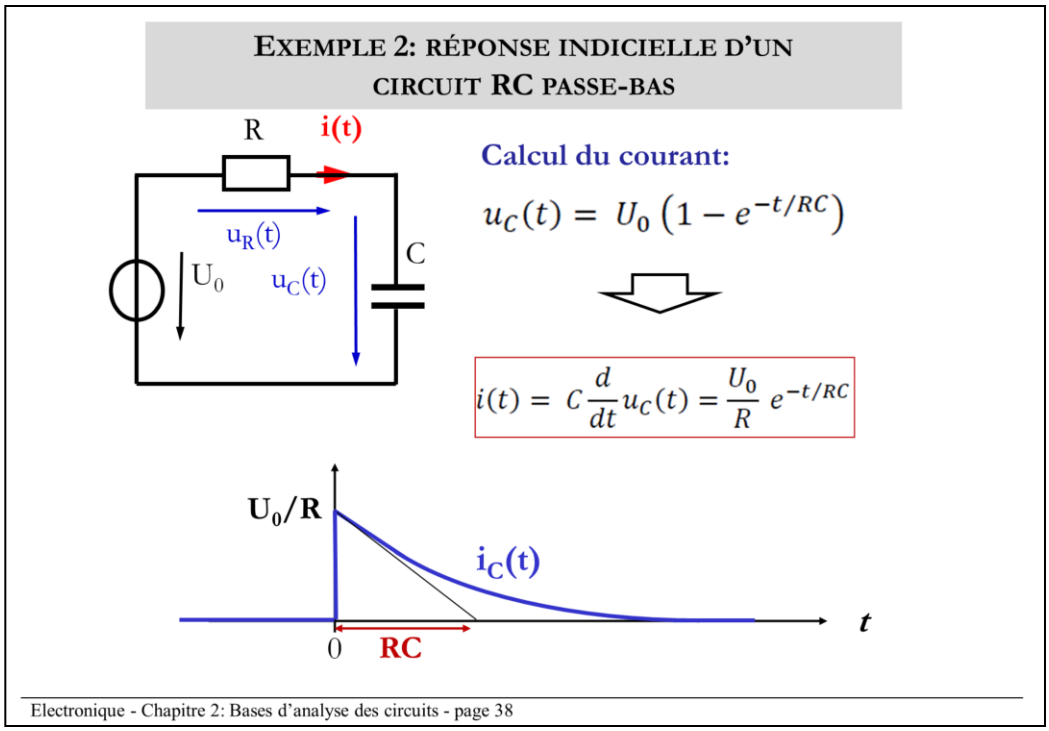
$$U_C(0) = 0 \Rightarrow U_0 + A = 0 \Rightarrow A = -U_0$$

$$\boxed{u_C(t) = U_0\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$



Détermination de la constante d'intégration:

En $t \leq 0$ la capacité est déchargée donc $u_C = 0$, ce qui impose la valeur de A.



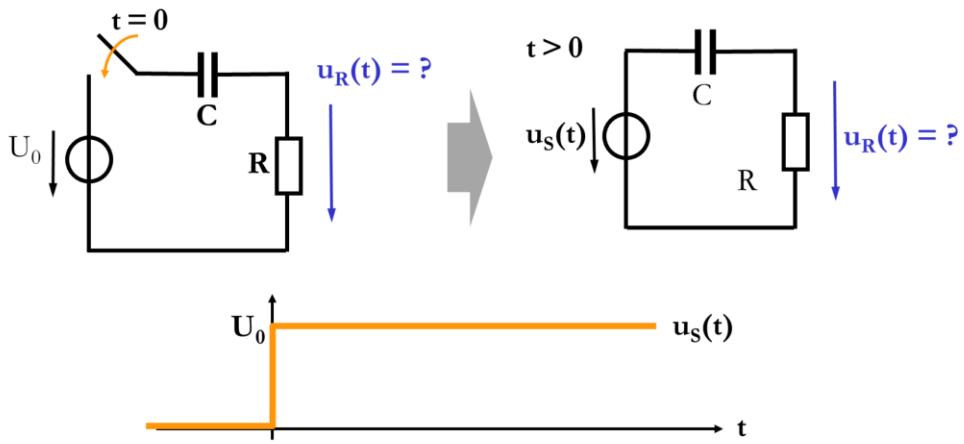
Le courant dans la capacité se déduit par simple dérivation.

$$i(t) = C\frac{du_c(t)}{dt}$$

Notez que le signe du courant est positif si la tension aux bornes de la capacité augmente avec le temps.

Ce résultat est cohérent avec le choix du u_c pris pour poser les équations.

EXEMPLE 3: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RC PASSE-HAUT



Comment varie la tension aux bornes de **R** en supposant la charge initiale de la capacité nulle ?

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 39

On adopte les mêmes conditions que pour le cas du filtre passe-bas

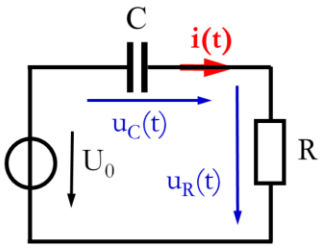
La fermeture de l'interrupteur est modélisée par une source $u_s(t)$ dont la valeur est:

$u_S(0) = 0$ pour $t < 0$

discontinue en $t = 0$

U_0 constante pour $t > 0$.

EXEMPLE 3: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RC PASSE-HAUT

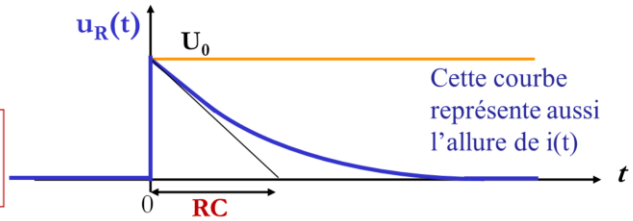


Ce sont les mêmes équations que pour le circuit RC passe-bas.
Donc, à partir des mêmes conditions initiales, **la solution $u_C(t)$ sera identique.**

$$u_C(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \Rightarrow \quad u_R(t) = U_0 - u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{U_R(t) = U_0 \; e^{-t/RC}}$$

$$\boxed{I_R(t) = \frac{U_R(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \; e^{-t/RC}}$$



Comme dans le cas RC basse-bas, on peut aussi résoudre directement à partir de $u_R(t)$:

Solution homogène: $U_R(t) = A\, e^{-t/RC}$

Solution particulière: $U_R(t) = 0$

La solution générale est donc $U_R(t) = A\, e^{-t/RC} + 0$

Condition initiale: $U_C(0) = 0$ ce qui donne $U_R(0) = U_0 - U_C(0) = U_0$, et donc la constante d'intégration A=U_0

La solution finale est : $U_R(t) = U_0\, e^{-t/RC}$

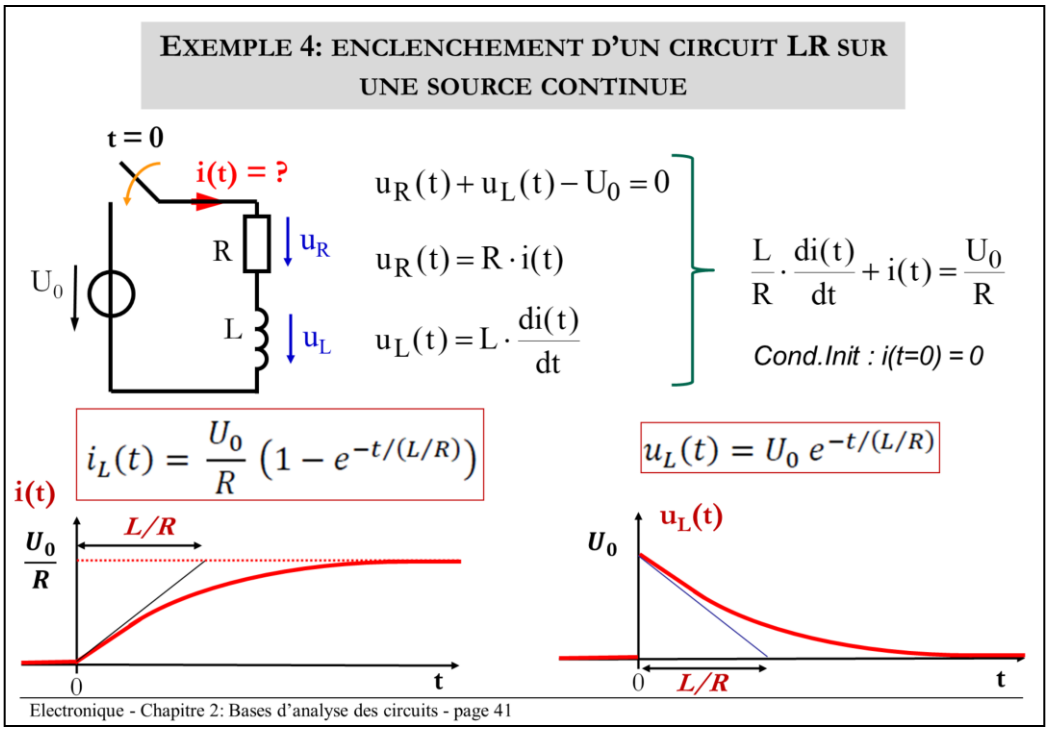
L'expression du courant $I(t) = U_0 / R\; e^{-t/RC}$ est la même que pour le RC passe-bas, ce qui est normal car il s'agit du même circuit vu par la résistance plutôt que par la capacité.

Pour les temps 'longs' vis-à-vis de la constante de temps RC, le courant continu à travers la capacité est pratiquement nul (les électrodes sont séparées par un isolant), et on peut admettre que la capacité se comporte comme un circuit ouvert. Dans ce cas, I=0.

En effet, par exemple, lorsque le temps excède 5 RC, on a:

$$I(t = 5\,RC) = e^{-5}\,U_0\,/R = e^{-5}\,I(t = 0) \cong 6\;10^{-3}\,I(t = 0)$$

Le courant devient négligeable par rapport à sa valeur initiale.



Ce circuit satisfait une équation différentielle du 1er ordre.

La solution homogène satisfait : $\frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$

Sa solution est de la forme $i(t) = A\, e^{-t/(L/R)}$

La solution particulière est de la forme $i(t) = U_0/R$

La solution générale est donc $i(t) = A\, e^{-t/(L/R)} + U_0/R$

Condition initiale: $i(0) = 0$, ce qui donne $A = -U_0/R$

La solution finale est : $i(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-t/(L/R)}\right)$

En régime stationnaire ($t \gg L/R$), le courant devient pratiquement $i(t) = \frac{U_0}{R}$

La tension aux bornes de l'inductance devient nulle (car le courant ne varie 'pratiquement' plus).

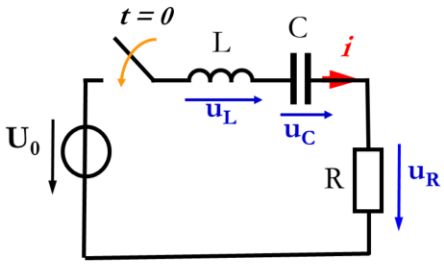
(Correspondance entre un circuit RL et RC simples:

le courant dans l'inductance d'un circuit RL 'se comporte' comme la tension aux bornes de la capacité dans un circuit RC.)

EXEMPLE 5: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

$$u_L + u_C + u_R - U_0 = 0$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \qquad u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i\,dt \qquad u_R = R \cdot i$$



$$\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot \int u_R\,dt + u_R = U_0$$

$$\frac{d^2 u_R}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_R = 0$$

Système du second ordre (linéaire)

$$\ddot{u}_R + \frac{\omega_0}{Q} \cdot \dot{u}_R + \omega_0^2 \cdot u_R = 0 \qquad *$$

avec : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}$

Q est appelé facteur de qualité

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 42

Ce circuit est caractérisé par une équation différentielle du **second ordre** que l'on met habituellement sous une forme canonique (*) où ω_0 est la pulsation propre (ou de résonance) et Q est appelé le facteur de qualité.

Les systèmes linéaires du second ordre ont des comportements distincts selon qu'ils sont plus ou moins amortis.

Un facteur de qualité faible est synonyme de pertes d'énergie lors des oscillations.

Notons que si R tend vers 0, le facteur de qualité devient infini. Il n'y a pratiquement plus de perte dans le circuit (car l'inductance et la capacité ne dissipent pas d'énergie)

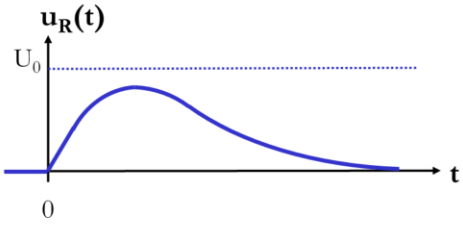
EXEMPLE 5: RÉPONSE INDICIELLE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

Le comportement va dépendre du facteur de qualité

si $Q < 1/2 \quad \Leftrightarrow \quad R > 2\sqrt{L/C}$

$$u_R(t) = \frac{U_0}{\sqrt{1-4L/CR^2}}\left(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}\right)$$

avec : $\tau_{1,2} = \dfrac{2L}{R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}$

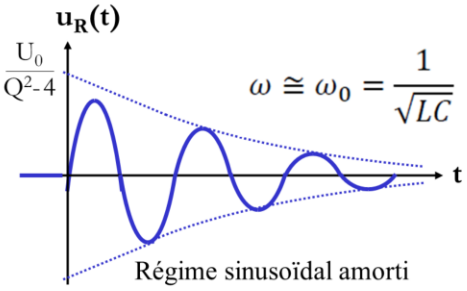


Combinaison d'exponentielles décroissantes

si $Q > 1/2 \quad \Leftrightarrow \quad R < 2\sqrt{L/C}$

$$u_R(t) = \frac{U_0 R}{\omega L} e^{-t\frac{R}{2L}} \sin \omega t$$

avec : $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$



Régime sinusoïdal amorti

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 43

Lorsque le circuit est fortement amorti ($Q < 1/2$), la réponse indicielle est une simple "bosse".

Lorsque le circuit est faiblement amorti ($Q > 1/2$), la réponse indicielle est oscillatoire amortie avec une pulsation proche de la pulsation propre.

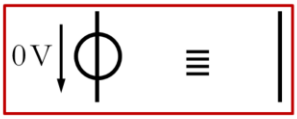
(la pulsation propose correspondrait au cas où R=0).

THÉORÈME DE SUPERPOSITION

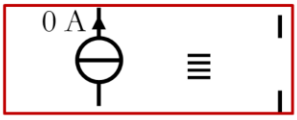
Thèorème.

Dans un circuit linéaire, l'effet de plusieurs sources indépendantes est obtenu par la somme des effets de chaque source prise individuellement, lorsque toutes les autres sont 'désactivées'.

Une **source de tension 'désactivée'** correspond à une source de tension nulle: **court-circuit.**



Une **source de courant 'désactivée'** correspond à une source de courant nul: **circuit ouvert**.

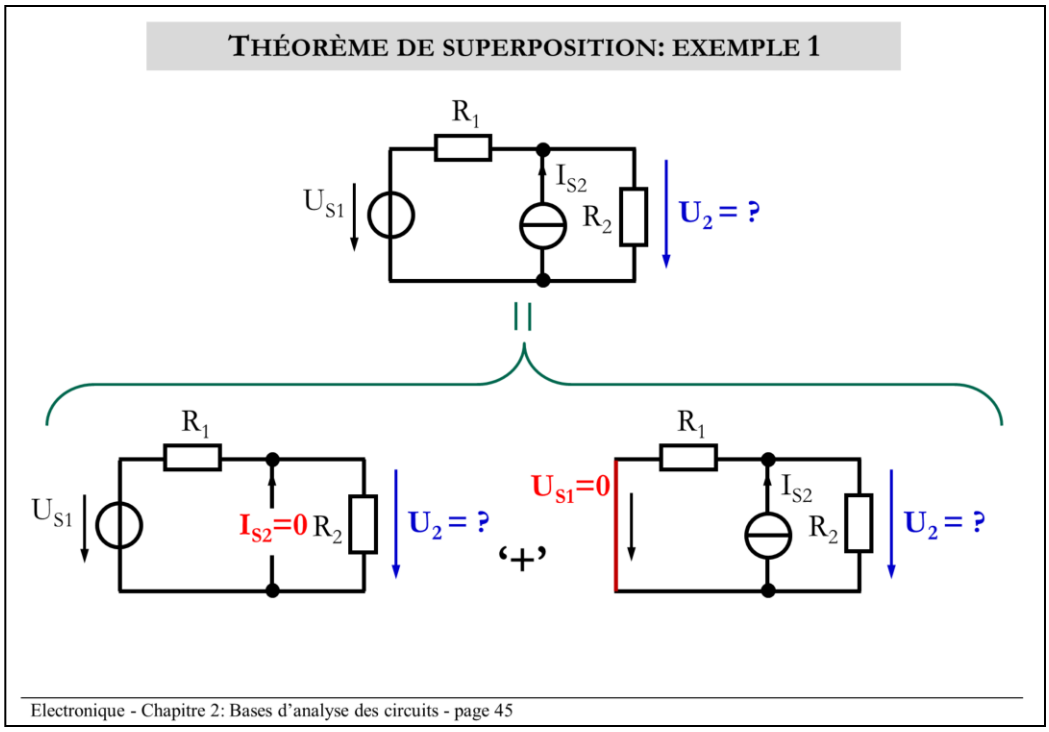


(le théorème de superposition ne s'applique pas aux sources commandées. Celles-ci doivent être maintenues)

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 44

Le théorème de superposition énonce une propriété fondamentale des systèmes linéaires:

La réponse du système à une somme d'excitations est égale à la somme des réponses dues à chaque excitation prise séparément.



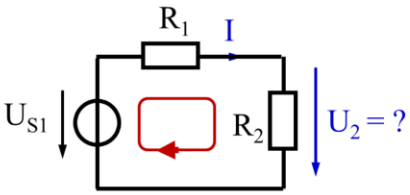
Principe:

On décompose le circuit initial composé de deux sources en deux circuits composés d'une source unique.

Dans cet exemple, l'effet sur U_2 de la seule source de tension est déterminé en **annulant la source de courant qui sera remplacée par un circuit ouvert.**

L'effet sur U_2 de la seule source de courant est déterminé en **annulant la source de tension qui sera remplacée par un court-circuit** (une connexion de résistance nulle).

THÉORÈME DE SUPERPOSITION: EXEMPLE 1



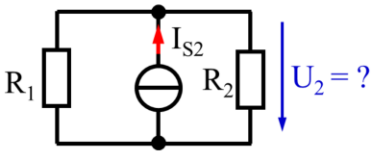
$$R_1 I + R_2 I - U_{S1} = 0$$

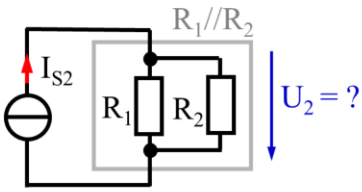
$$I = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = R_2 I = U_{S1} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

(Diviseur résistif)

+





$$U_2 = (R_1 // R_2) I_{S2}$$

$$= I_{S2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\boxed{U_2 = (U_{S1} + R_1 I_{S2}) \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

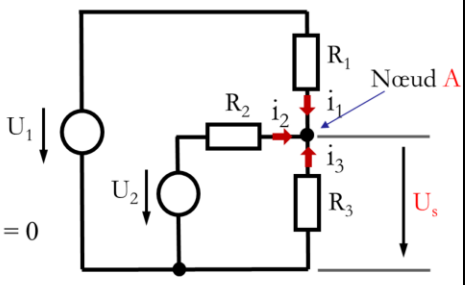
Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 46

Chaque source génère une tension à travers R_2 indépendamment de l'autre.

La tension finale s'obtient en sommant les 2 (ou plusieurs) contributions de tensions.

THÉORÈME DE SUPERPOSITION: EXEMPLE 2

On cherche à exprimer la tension U_s.



Loi d'Ohm

$$i_1 = \frac{U_1 - U_S}{R_1} \qquad i_2 = \frac{U_2 - U_S}{R_2} \qquad i_3 = \frac{-U_S}{R_3}$$

Loi de Kirchoff

Somme des courants qui 'entrent' dans le noeud A = 0

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$

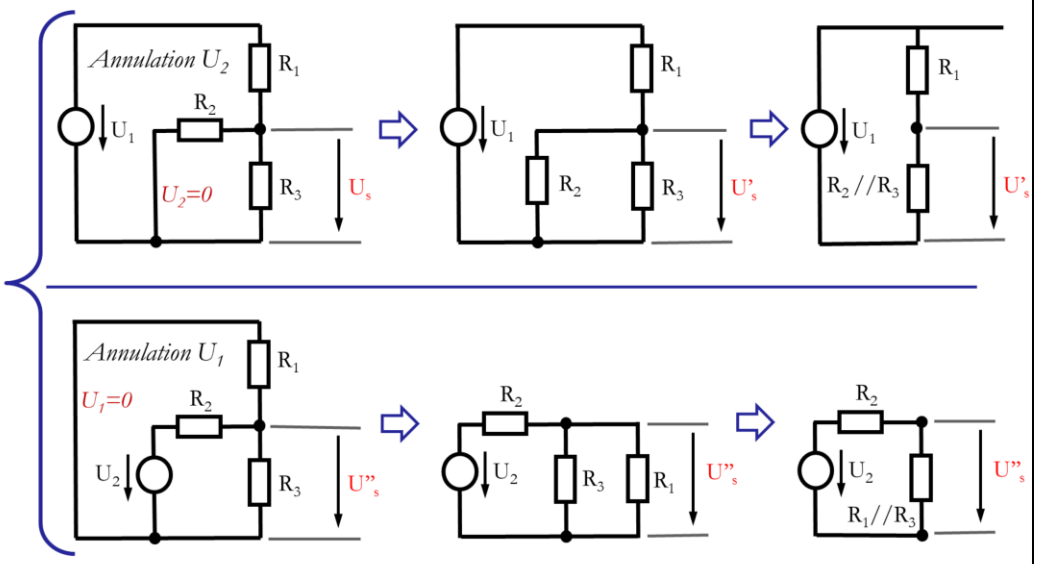
$$\frac{U_1 - U_S}{R_1} + \frac{U_2 - U_S}{R_2} + \frac{-U_S}{R_3} = 0 \quad \Rightarrow \quad U_S = \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \frac{U_1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} R_2R_3 + \frac{U_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} R_1R_3$$

Si on pose $R_1 = R_2 = R_3 = R$

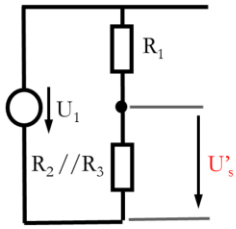
On obtient $U_S = \frac{U_1 + U_2}{3}$

THÉORÈME DE SUPERPOSITION: EXEMPLE 2

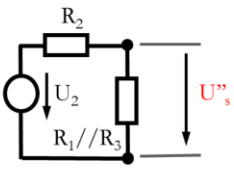
Selon ce théorème, ce circuit se résout également selon la décomposition :



THÉORÈME DE SUPERPOSITION: EXEMPLE 2



$$U_S^{'} = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{U_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_2 R_3$$



$$U_S^{''} = \frac{U_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{U_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_1 R_3$$

Superposition des 2 contributions

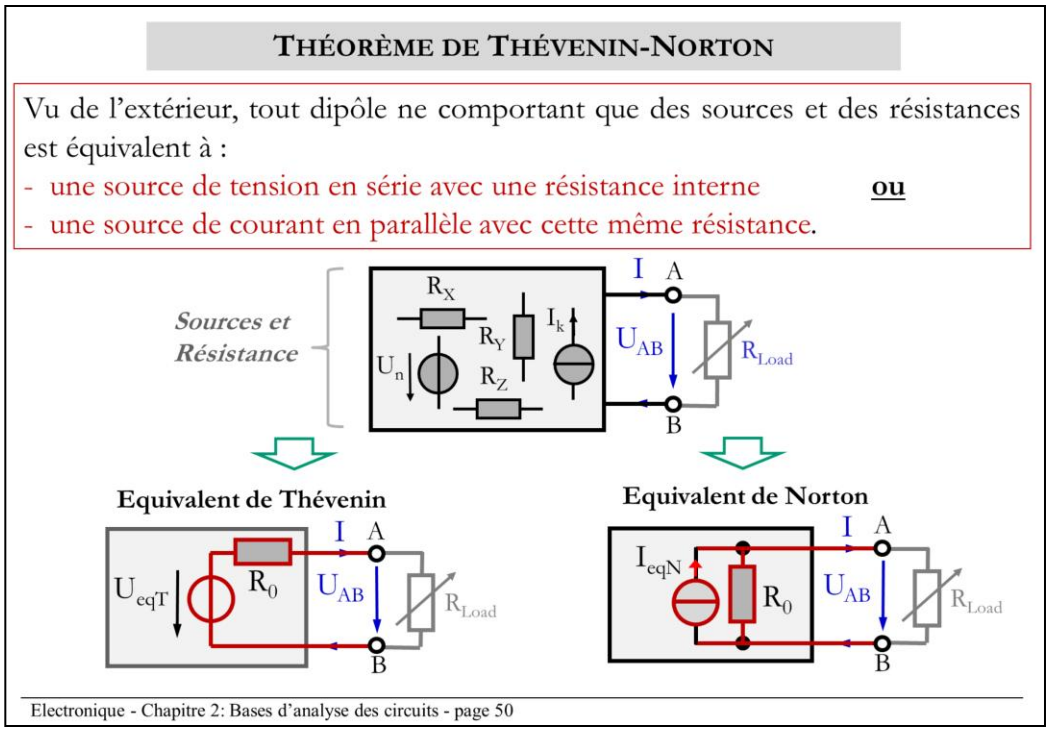
$$\boxed{U_S = U_S^{'} + U_S^{''}}$$

$$\boxed{U_S = \frac{U_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_2 R_3 + \frac{U_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_1 R_3}$$

On obtient le même résultat

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 49

La somme de chaque contribution donne le même résultat que la méthode initiale.



Vu de l'extérieur, tout dipôle linéaire (même dit "complexe«) peut être modélisé par un équivalent de Thévenin ou de Norton.

Notez que le sens du courant ou celui de la tension pour les sources équivalentes doivent être cohérents avec le sens du courant et de la tension induits aux noeuds A et B.

Ces trois représentations ci-dessus sont identiques "vues de l'extérieur".

Cela signifie que quels que soient les composants externes connectés entre les bornes A et B (on parle souvent de "charge"), les trois représentations devront donner le même courant I et la même tension U_{AB} .

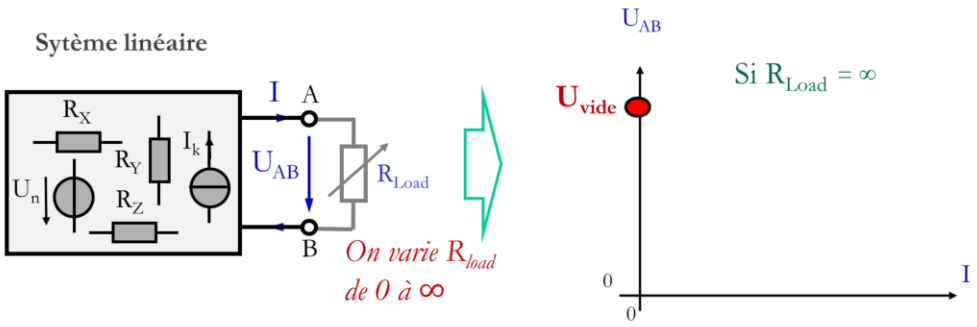
Ici, R_{Load} représente une 'charge' variable ($0 \leq R_{Load} \leq \infty$)

Par contre la répartition des courants et des tensions dans les différents éléments à l'intérieur du dipôle ne sera pas identique pour chacun des cas.

THÉORÈME DE THÉVENIN-NORTON

Sans démonstration: si le système est linéaire, alors quelques soient les connections internes des sources de courant et de tension, la dépendance **courant – tension** aux nœuds A et B sera **linéaire.**

Circuit 'Ouvert'

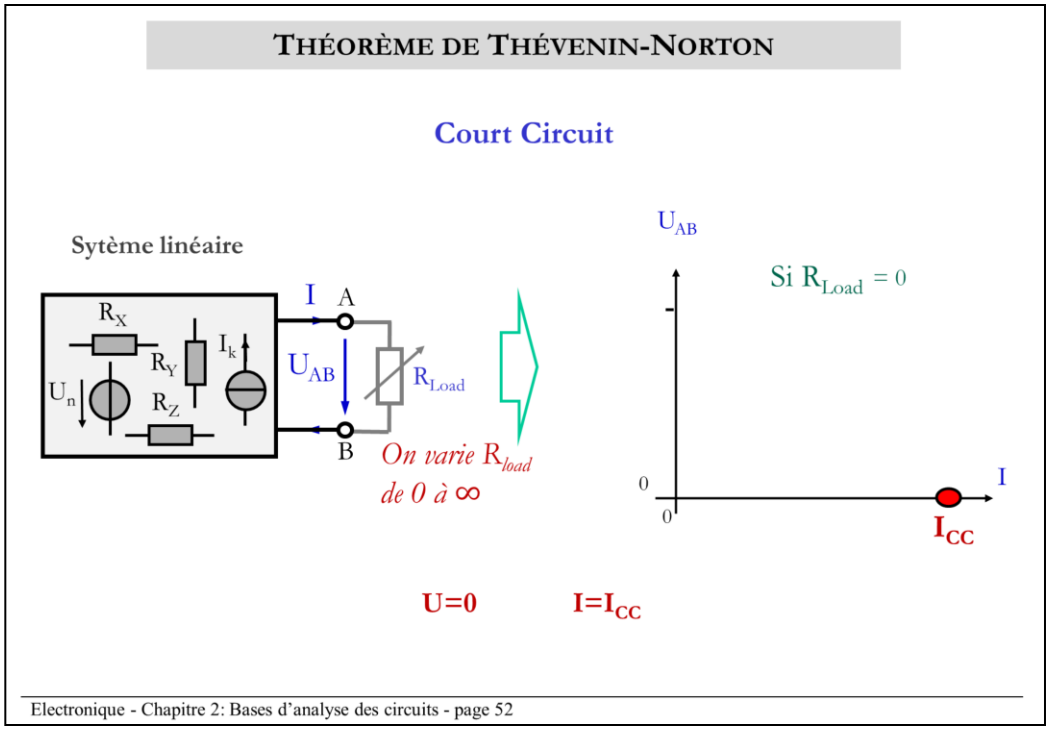


U_{vide} est la tension à vide **I=0**

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 51

Expérimentalement, on accède aux valeurs des sources équivalentes et de leur résistance interne en traçant la caractéristique U_{AB}-I (en faisant varier la résistance externe R_{Load} par exemple).

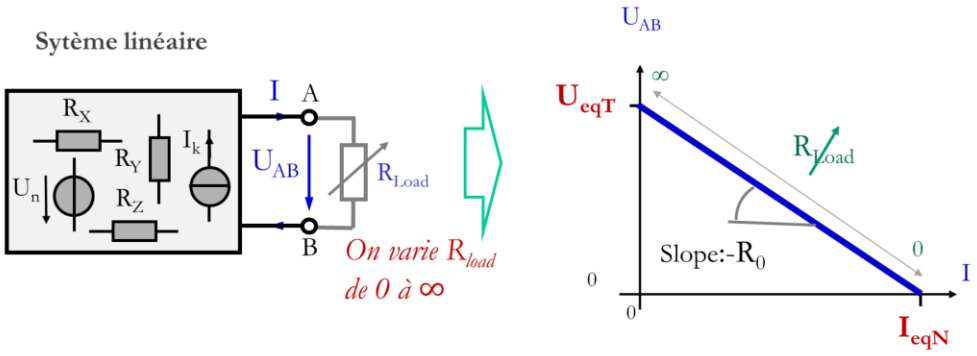
Si on ne prélève aucun courant de sortie, la tension mesurée sera la tension à vide. Sa valeur sera maximale.



Si on court-circuite la sortie, la tension de sortie sera nulle et le courant maximal.

THÉORÈME DE THÉVENIN-NORTON

La dépendance **courant – tension** aux nœuds A et B étant **linéaire, la caractéristique de sortie sera une droite reliant les points de fonctionnements 'circuit ouvert' et 'court-circuit'**



La tension à vide est U_{eqT} **Le courant de court-circuit est I_{eqN}**

Electronique - Chapitre 2: Bases d'analyse des circuits - page 53

Etant donné que le dipôle est supposé linéaire, la relation de proportionnalité entre U_{AB} et I sera simplement la droite qui relie les points précédents.

Cette droite à une pente qui s'identifie à la résistance interne du dipôle vue de l'extérieur.

L'équivalent de Thévenin ou de Norton ne permet pas de décrire ce qui se passe dans un dipôle complexe, en particulier sa puissance dissipée en interne.

THÉORÈME DE THÉVENIN-NORTON

Thévenin (tension équivalente Thévenin: $\mathbf{U_{eqT}}$)
$\mathbf{U_{eqT} = U_{AB}}$ **lorsque** $\mathbf{I = 0}$, aussi appelée **tension à vide** $\mathbf{U_{ouvert}}$, c'est à dire lorsque les bornes A et B sont en circuit ouvert ($R_{load} = \infty$).

Norton (courant équivalent Norton: $\mathbf{I_{eqN}}$)
$\mathbf{I_{eqN} = I}$ **lorsque** $\mathbf{U_{AB} = 0}$, aussi appelé **courant de court-circuit** $\mathbf{I_{cc}}$, c'est à dire lorsque les bornes A et B sont en court-circuit ($R_{load} = 0$).

$\mathbf{R_0}$ est la **résistance interne** du dipôle vue entre les bornes A et B lorsque **toutes les sources indépendantes internes sont annulées.**

Les équivalents de Thévenin et de Norton sont toujours liés par la relation

$$\mathbf{U_{eqT} = R_0 \cdot I_{eqN}}$$

Pour l'équivalent Thévenin: $U_{AB} = U_{eqT} - R_0 \cdot I$

si $R_{Load} = 0$, $U_{AB} = 0$ et $I = U_{eqT} / R_0$

si $R_{Load} = \infty$, $I = 0$ et $U_{AB} = U_{eqT}$

Pour l'équivalent Norton: $U_{AB} = R_0 \cdot (I_{eqN} - I)$

si $R_{Load} = 0$, $U_{AB} = 0$ et $I = I_{eqN}$

si $R_{Load} = \infty$, $I = 0$ et $U_{AB} = R_0 \cdot I_{eqN}$

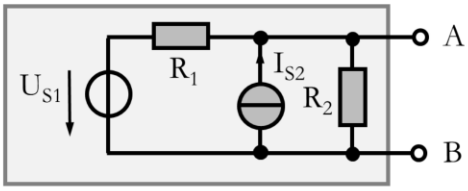
Les deux équivalents ont des comportements identiques puisque $U_{eqT} = R_0 \cdot I_{eqN}$

Pour le calcul de R_0 les <u>éventuelles sources commandées du dipôle original doivent être conservées</u>.

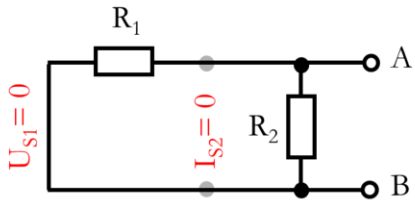
En pratique, il suffit de déterminer **deux des trois paramètres** $\mathbf{U_{eqT}}$, $\mathbf{I_{eqN}}$ **et** $\mathbf{R_0}$, puis d'en déduire le troisième par la relation $\mathbf{U_{eqT} = R_0 \cdot I_{eqN}}$.

Les équivalents de Thévenin et de Norton sont aussi couramment utilisés pour modéliser les sources réelles non idéales (ayant une résistance interne non négligeable).

EX: DÉTERMINATION DES ÉQUIVALENTS THÉVENIN-NORTON

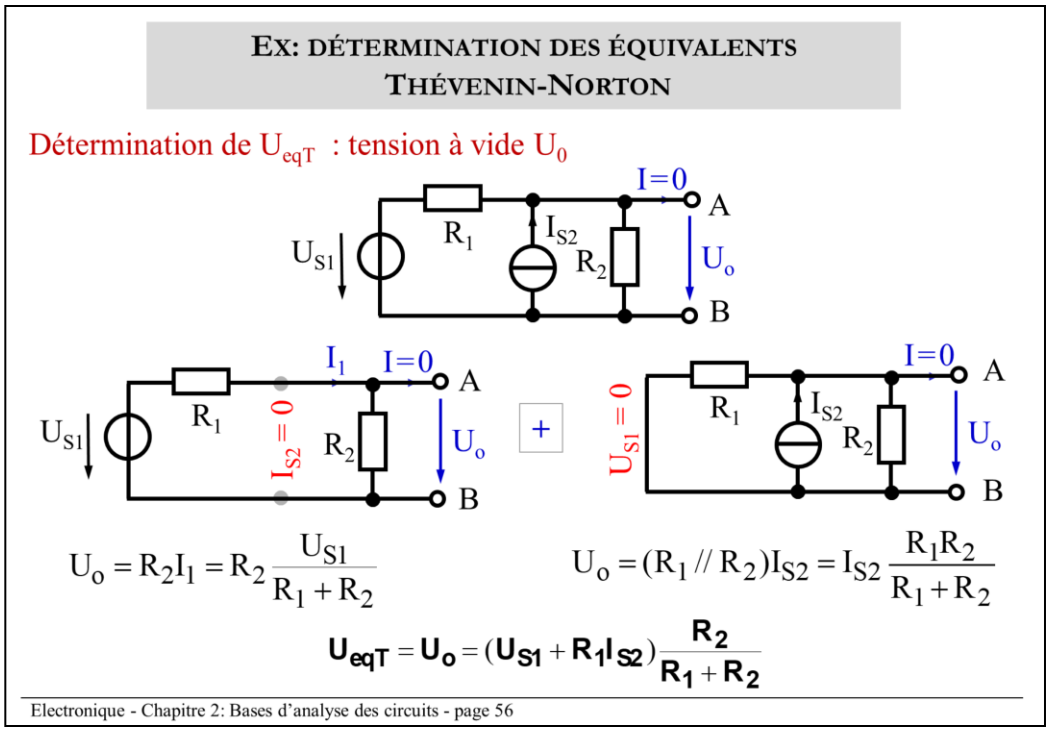


R_0 = résistance lorsque les sources indépendantes sont annulées



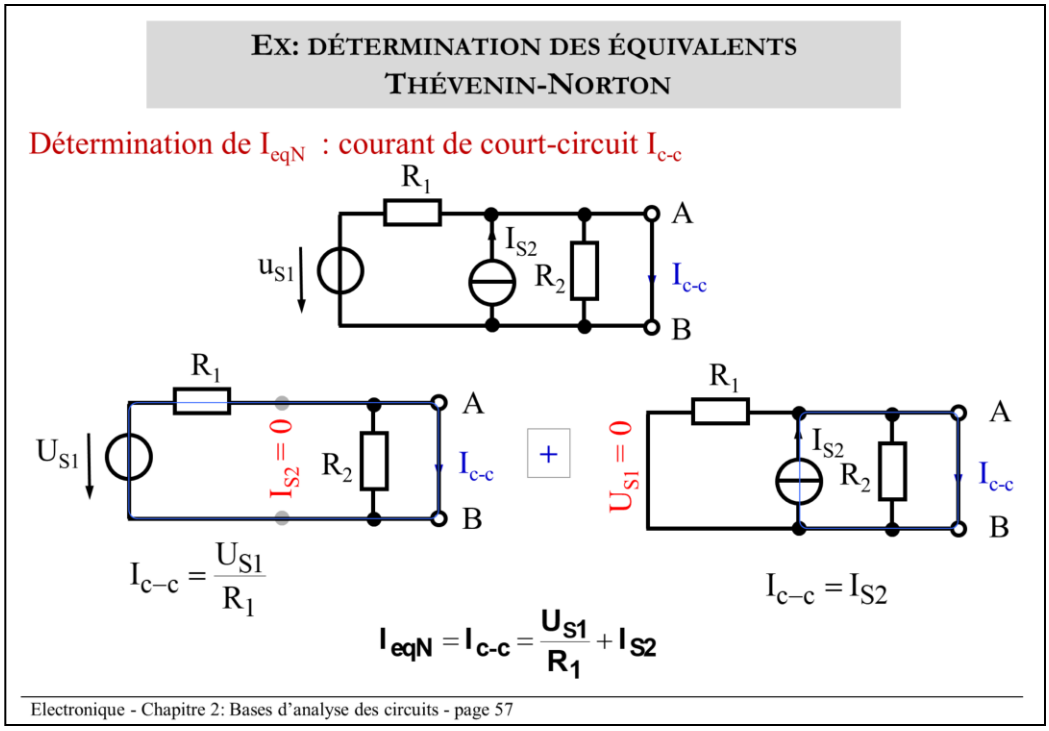
$$R_0 = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Lorsqu'on annule U_{S1} (court-circuit) et I_{S2} (circuit ouvert), R_1 et R_2 se retrouvent connectées en parallèle aux bornes A et B.



Calcul de la tension à vide par superposition:

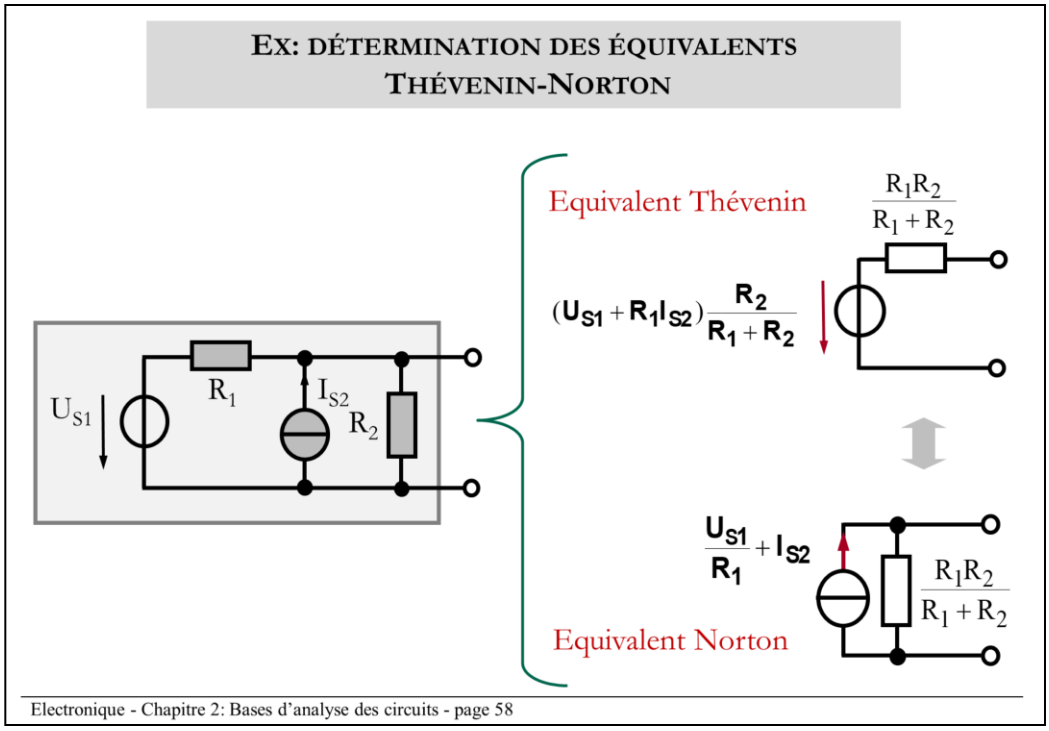
Tension obtenue avec l'effet de U_{S1} avec I_{S2} annulée (circuit ouvert pour I_{S2})
qui s'additionne à :
Tension obtenue avec l'effet de I_{S2} avec U_{S1} annulée (court-circuit pour U_{S1}).



Calcul du courant de court-circuit par superposition:

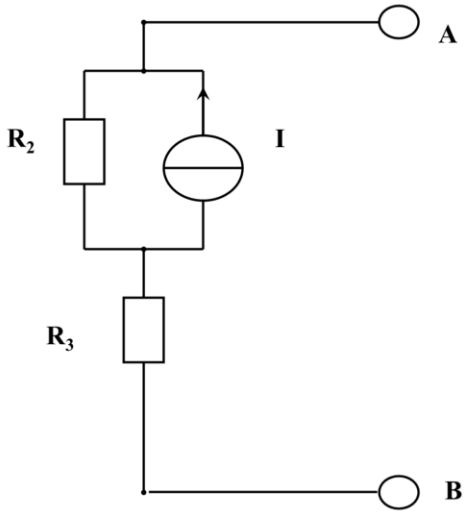
Courant obtenu avec l'effet de U_{S1} avec I_{S2} annulée (circuit ouvert pour I_{S2}) qui s'additionne avec :

Courant obtenu avec l'effet de I_{S2} avec U_{S1} annulée (court-circuit pour U_{S1}).



On vérifie que $U_{eqT} = R_0 \cdot I_{eqN}$.

Dans cet exemple, il aurait été plus facile de déterminer R_0 et I_{eqN} puis d'en déduire U_{eqT} .

Notez que la **résistance équivalente est identique dans les 2 représentations.**

- **Exprimer le courant de court-circuit I_{AB}**
- **Retrouver le résultat en utilisant le théorème de Thevenin-Norton.**